

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
AN ȘCOLAR 2022 – 2023
ETAPA LOCALĂ
11.02.2023

CLASA A VII -A

Subiectul I

Demonstrați că toate numerele de forma $\sqrt{a^2 \cdot a^4 + 1}$ sunt naturale.

Subiectul II

Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctul E , mijlocul laturii BC . Dacă alegem punctul $F \in (BD)$ astfel încât $DF = 2BF$, demonstrați că punctele A , F și E sunt coliniare.

Subiectul III

- a) Demonstrați că mulțimea $A = \left\{ \sqrt{5^{(a+b)(b+c)(c+a)}} \mid a, b, c \in \mathbb{N} \right\}$ este inclusă în mulțimea numerelor raționale.
- b) Aflați $A \cap \left\{ \sqrt{n! + 4^n + 7} \mid n \in \mathbb{N}^* \right\}$, unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Subiectul IV

Fie triunghiul ABC în care $\hat{B} = 75^\circ$, $\hat{C} = 45^\circ$, $BM \perp AC$, $M \in AC$ și $D \in (AB)$ astfel încât $\widehat{ACD} = 15^\circ$. Dreapta BM intersectează perpendiculara în D pe CD în E și dreapta CD în F .

- a) Demonstrați că triunghiul BDF este isoscel.
- b) Se arate că segmentele DE și BC sunt congruente.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru: 3 ore.